XXI Simposio CEA de Control Inteligente
24-26 de junio de 2026, Salamanca

Preferencias del diseñador en optimización multiobjetivo: visualización, análisis y decisión

Blasco Ferragud, F. Xavier[a,*]

[a]*Grupo CPOH, Instituto ai2, Universitat Politècnica de València, Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, España.*

To cite this article: Blasco, F.Xavier. 2026. Designer preferences in multiobjective optimization: visualization, analysis and decision. XXI Simposio CEA de Control Inteligente, Salamanca (Spain), 2026.

Resumen

La optimización multiobjetivo genera un conjunto de soluciones no dominadas (frente de Pareto) matemáticamente equivalentes entre sí. Convertir ese conjunto en una decisión final bien informada requiere herramientas de soporte que permitan explorar los datos e incorporar las preferencias del diseñador de forma intuitiva y eficiente. Este trabajo presenta un ecosistema de herramientas desarrollado a lo largo de varios años: los *Level Diagrams* para la visualización n-dimensional sincronizada; la *Global Physical Programming* (GPP) como función de utilidad expresada en unidades físicas del problema; las *distancias asimétricas* y la *norma compuesta* para facilitar la exploración del frente en relación a zonas de preferencia; el *indicador de calidad Q* para comparar conceptos de diseño en un entorno multiobjetivo; y las *bases de preferencias* para redefinir la dominancia teniendo en cuenta las preferencias de forma computacionalmente eficiente. El ecosistema es modular, general e independiente del dominio de aplicación.

Palabras clave: Optimización multiobjetivo, soporte a la decisión, frente de Pareto, preferencias de diseño, Global Physical Programming, Level Diagrams

Designer preferences in multiobjective optimization: visualization, analysis and decision

Abstract

Multiobjective optimization yields a set of non-dominated solutions (the Pareto front) that are mathematically equivalent. Turning that set into a well-informed decision requires support tools that allow the designer to explore the data and express preferences in an intuitive and efficient way. This paper presents an ecosystem of tools developed over several years: *Level Diagrams* for synchronized n-dimensional visualization; *Global Physical Programming* (GPP) as a utility function expressed in physical units; *asymmetric distances* and the *composite norm* to facilitate exploration of the front relative to preference zones; the *quality indicator Q* to compare design concepts in a multi-objective environment; and *preference bases* to redefine dominance taking into account preferences at low computational cost. The ecosystem is modular, general, and domain-independent.

Keywords: Multiobjective optimization, decision support, Pareto front, Level Diagrams, design preferences, Global Physical Programming

1. Introducción

Los problemas de diseño en ingeniería involucran habitualmente varios objetivos en conflicto. La optimización multiobjetivo (MO) resuelve este tipo de problemas generando un conjunto de soluciones *no dominadas*: el *frente de Pareto* (PF). En dicho conjunto ninguna solución es mejor que las demás en todos los objetivos simultáneamente, de modo que todas ellas son matemáticamente equivalentes desde el punto de vista de la dominancia. La Figura 1 muestra los conceptos básicos involucrados en la optimización multiobjetivo, es un ejemplo de visualización de un frente de Pareto y su correspondiente conjunto de Pareto para un problema de dos dimensiones tanto en el espacio de decisión como en el espacio de objetivos.

*Autor para correspondencia: xblasco@isa.upv.es
Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0)

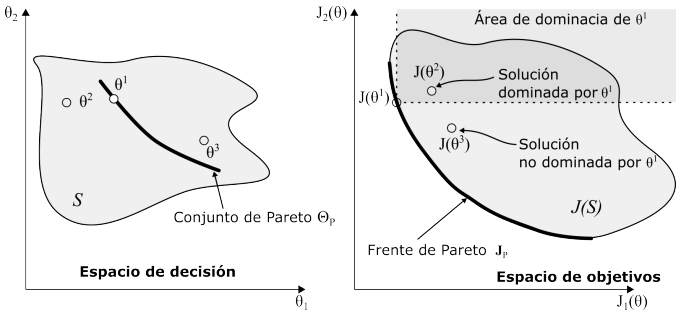


Figura 1: Dominancia de Pareto y frente de Pareto. Ninguna solución del frente mejora a otra en todos los objetivos.

El proceso de diseño MO puede esquematizarse en tres etapas (Figura 2): *definición* del problema (objetivos, restricciones, espacio de parámetros); *optimización* que genera el conjunto de soluciones candidatas; *soporte a la decisión* para explorar, analizar e incorporar preferencias y alcanzar la *decisión* final.

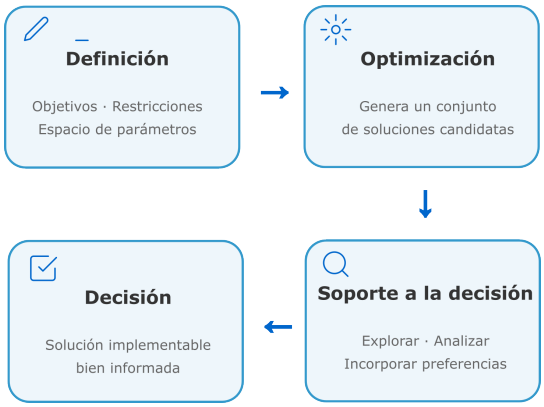


Figura 2: Etapas del proceso de resolución de un problema MO.

La generación del conjunto puede realizarse con distintos algoritmos: *evMOGA* (Martínez et al., 2009) y *spMODE-II* (Reynoso-Meza et al., 2014) obtienen el frente de Pareto, mientras que *nevMOGA* (Pajares et al., 2018) añade soluciones casi-óptimas. Las herramientas para el soporte a la decisión son aplicable independientemente del método de generación incluso se pueden aplicar en conjuntos que no son de Pareto. La fase de decisión se puede realizar sobre cualquier conjunto de soluciones candidatas.

Ante el conjunto de soluciones candidatas, el diseñador se enfrenta a varios retos:

- el conjunto puede contener cientos de soluciones no dominadas;
- el diseñador tiene criterios propios expresados en las unidades físicas del problema (rangos aceptables, prioridades, compromisos);
- esos criterios pueden ser difíciles de formalizar a priori y evolucionan conforme se exploran los datos;
- el objetivo no es encontrar la solución matemáticamente ”mejor”, sino la más adecuada al contexto real.

Como señala Ullman (2001): «*Design is the evolution of information punctuated by decision-making.*», en definitiva, el diseño es la evolución de la información marcada por la toma de decisiones, lo que pone de manifiesto la importancia de disponer de herramientas que faciliten dicha toma de decisiones.

Para responder a estos retos, este trabajo presenta un ecosistema de herramientas de soporte a la decisión: *Level Diagrams* para la visualización; *GPP* como función de utilidad; *distancias asimétricas* y *norma compuesta* para la exploración orientada por preferencias; el *indicador Q* para comparar conceptos de diseño; y las *bases de preferencias* para redefinir la dominancia según las preferencias del diseñador..

2. Visualización del conjunto de datos: Level Diagrams

2.1. *El reto de la visualización n-dimensional*

Las técnicas clásicas de visualización (Figura 3) presentan limitaciones importantes cuando el número de objetivos es elevado (tres o superior): el *scatter plot* solo muestra 2-3 dimensiones simultáneas; las *coordenadas paralelas* y *diagramas de estrella* dificultan la lectura de compromisos globales con muchos datos; y ninguna de estas técnicas conecta el espacio de objetivos con el espacio de parámetros de diseño (Tušar and Filipič, 2015; Filipič and Tušar, 2018).

Ante estas limitaciones, las propiedades deseables para una herramienta de visualización de frentes de Pareto son: *simplicidad* (fácil de entender e interpretar), *persistencia* (la información es retenible) y *completitud* (toda la información relevante queda recogida).

2.2. *Construcción de los Level Diagrams*

Los *Level Diagrams* (Blasco et al., 2008) satisfacen estas propiedades mediante un conjunto de gráficas 2D sincronizadas: una por cada objetivo y una por cada variable de decisión [1]. Sus características principales son:

- *Eje x en unidades reales del problema*: el valor del objetivo o parámetro correspondiente.
- *Eje y común a todos los gráficos: eje de sincronización*. Permite relacionar visualmente cada punto en un subgráfico con el mismo punto en los demás.
- *Indicador del eje de sincronización flexible* (f_{sync}): se pueden utilizar distintos tipos de indicadores (normas, valor de una función, etc.) que permiten enfatizar aspectos diferentes del conjunto de puntos. La más habitual es la norma-2, norma euclídea, por tratar de mantener una interpretación geométrica del frente.

[1] Esta técnica ha sido empleada también por otros autores en problemas de asignación de fiabilidad y redundancia (Zio and Bazzo, 2011, 2012), lo que confirma su aplicabilidad más allá del ámbito original.

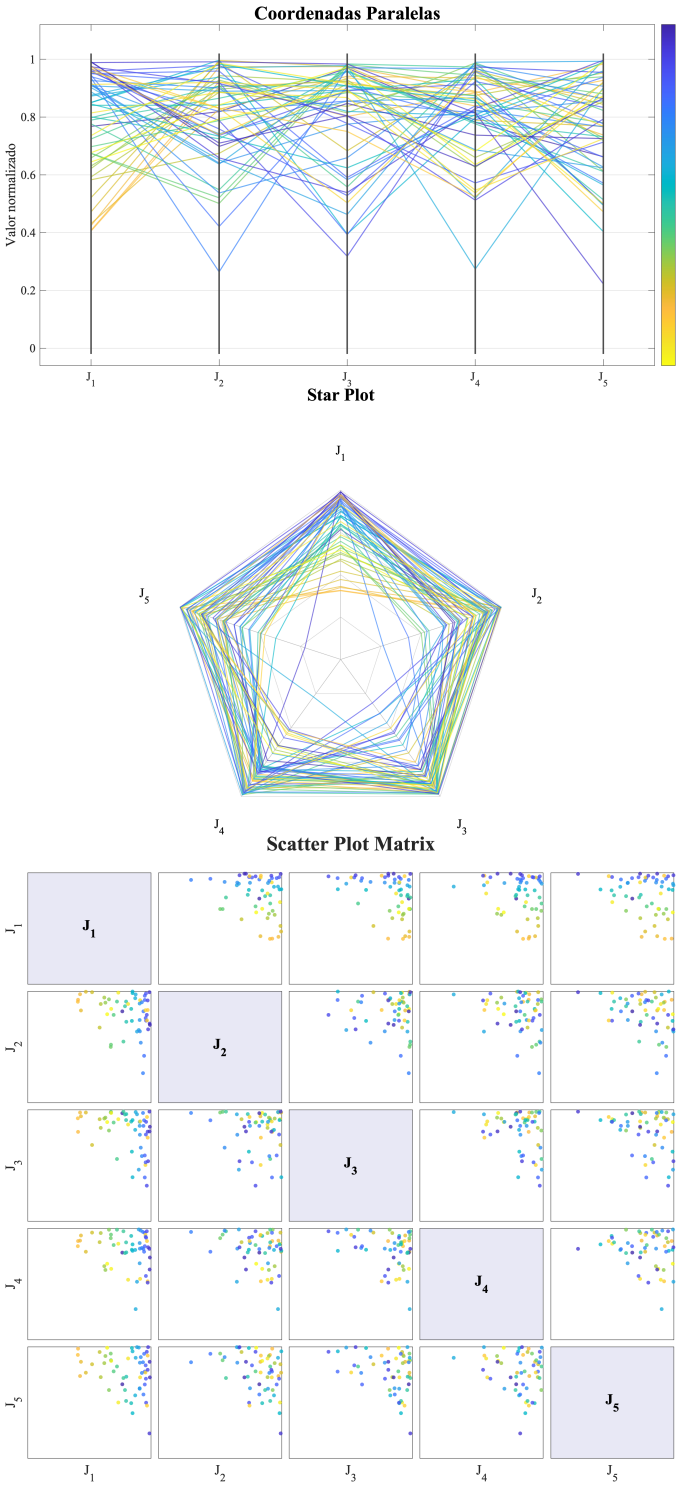


Figura 3: Técnicas clásicas de visualización y sus limitaciones ante conjuntos n-dimensionales.

Para el trazado se normaliza respecto de unos límites establecidos, por defecto pueden utilizarse los límites del conjunto de puntos que se quiere representar. Esta normalización evita la posible distorsión que pueda producir el orden de magnitud de cada uno de los objetivos. Sobre ese frente normalizado se calcula el valor de sincronización de cada punto. Por ejemplo, si se usa la distancia euclídea al punto ideal, es decir, el mínimo de cada objetivo que en el caso de un frente normalizado resulta el origen de coordenadas, el calculo del valor de sincronización viene dado por:

$$\hat{J}_i(\theta) = \frac{J_i(\theta) - J_i^{\text{mín}}}{J_i^{\text{máx}} - J_i^{\text{mín}}}, \quad f_{\text{sync}} = \|\hat{J}(\theta)\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \hat{J}_i^2} \qquad (1)$$

La Fig. 4 compara el Level Diagram (a) con el *scatter plot* (b) para el mismo conjunto de datos en el que tanto del frente de Pareto como el conjunto de Pareto son de dos dimensiones de manera que se pueda visualizar la relación entre los puntos del Level Diagram y del *scatter plot*. En el Level Diagrama un punto está a la misma altura en todos los gráficos, y los ejes x muestran los valores en unidades físicas. Es fácil ver los intercambios de prestaciones entre objetivos. Por ejemplo, el pto E está muy a la izquierda en el objetivo $f1$ y muy a la derecha en el $f2$ está en un extremo del frente.

Evidentemente, para el caso 2D la representación scatter es perfectamente válida para la exploración de los datos. El problema se presenta cuando el conjunto de datos es de más dimensiones. La Fig. 5 muestra los Level Diagrams de un frente de Pareto y del conjunto de Pareto de 6 dimensiones cada uno (6 objetivos, 6 parámetros). Cada gráfico corresponde a un objetivo o parámetro; el eje y sincronizado permite identificar visualmente qué soluciones realizan compromisos equilibrados considerando distancia euclídea al ideal (valores bajos en el eje y) frente a las que se especializan en algún objetivo (valores en los extremos en los ejes x).

2.3. *Herramienta interactiva*

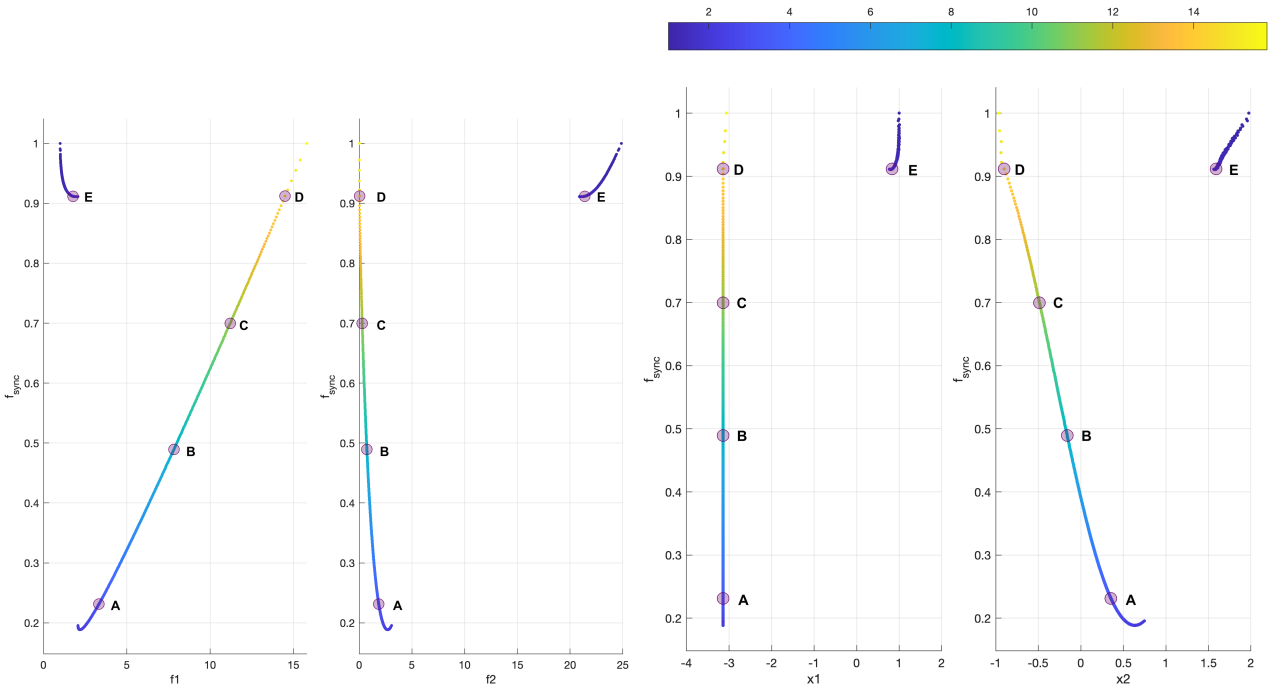
Para una exploración adecuada y completa de estos conjuntos de datos es muy importante disponer de una herramienta interactiva que permita agrupar, colorear, ordenar, cambiar representación gráfica según los criterios de exploración que requiera el diseñador. Para esto, se ha desarrollado una herramienta interactiva de código abierto (Blasco et al., 2017) que implementa los Level Diagrams con funcionalidades avanzadas: selección simultánea en todos los subgráficos, cambio dinámico de la sincronización del eje y, coloreado y dimensionado de puntos por criterio del usuario, extracción de subconjuntos, y posibilidad de ejecutar funciones de usuario sobre los puntos seleccionados. La herramienta está disponible en `github.com/fxblasco/LevelDiagram-interactive-tool`.

3. Herramientas de soporte a la decisión

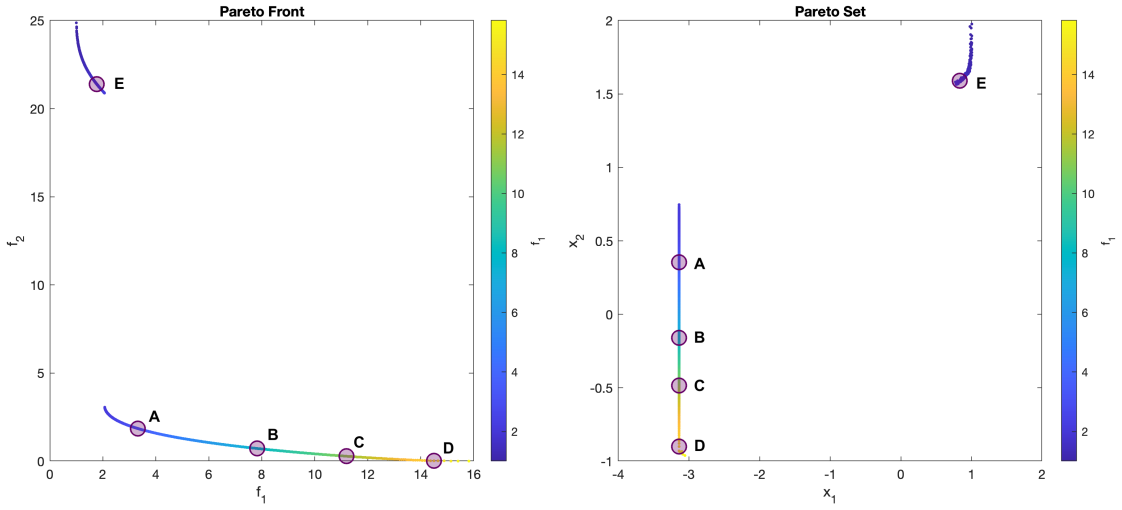
Además de una representación visual efectiva es necesario poder ordenar el conjunto de datos con las preferencias del diseñador o disponer de indicadores que nos muestren la lejanía o no respecto de las preferencias. Esta sección trata de mostrar las distintas utilidades desarrolladas para estos propósitos.

3.1. *Global Physical Programming (GPP)*

La *Global Physical Programming* (Sanchis et al., 2010; Reynoso-Meza et al., 2014) es un método de programación de preferencias que evita asignar pesos abstractos a los objetivos. El diseñador especifica, para cada objetivo, los límites entre rangos de preferencia expresados directamente en las *unidades físicas del problema*. A estos rangos se les pueden asignar etiquetas lingüísticas para facilitar su interpretación, por ejemplo: Highly Desirable (HD), Desirable (D), Tolerable (T), Undesirable (U) y Highly Undesirable (HU). El número de rangos y las

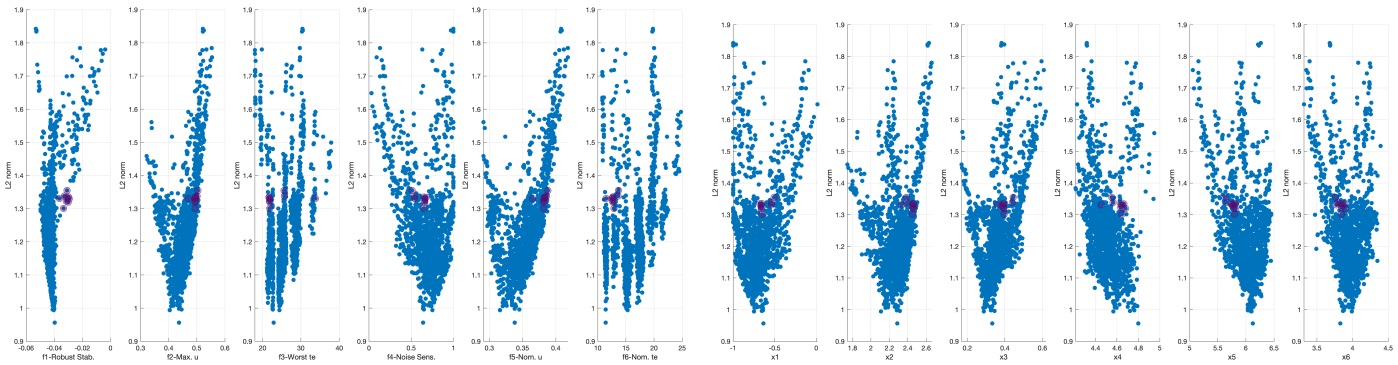


(a) Level Diagrams (frente + conjunto de Pareto)



(b) Scatter plot

Figura 4: Comparación de Level Diagrams y scatter plot para el mismo conjunto de datos. Los Level Diagrams conectan espacio de objetivos y espacio de parámetros mediante el eje de sincronización.



(a) Frente de Pareto (b) Conjunto de Pareto

Figura 5: Level Diagrams del benchmark ACC (6 objetivos). El eje de sincronización (norma-1 normalizada) es común a todos los subgráficos.

etiquetas son totalmente libres y dependen de las necesidades del diseñador.

Tabla 1: Ejemplo de una tabla de preferencias para GPP en un problema con 4 objetivos y 3 rangos de preferencias.

Objetivo	D — Deseable	T — Tolerable	I — Inaceptable
J_1	[0, 0.3)	[0.3, 0.7)	[0.7, ∞)
J_2	[0, 0.2)	[0.2, 0.6)	[0.6, ∞)
J_3	[0, 0.5)	[0.5, 0.8)	[0.8, ∞)
J_4	[0, 1)	[1, 3)	[3, ∞)

A partir de estos rangos se construye lo que se denomina *función de clase* $g_q(J_q)$ para cada objetivo q. Es una función que normaliza y relaciona los rangos con valores numéricos para poder realizar una clasificación en función de las preferencias. La propuesta se basa en funciones lineales a tramos con discontinuidades en los límites de zona. El *índice GPP* agrega las funciones de clase de todos los objetivos:

$$J_{\text{gpp}}(\mathbf{J}) = \sum_{q=1}^{m} g_q(J_q) \tag{2}$$

Las discontinuidades implementan la *OVO-Rule*: la mejora de un único objetivo hacia un rango *mejor* supera siempre a la mejora combinada de todos los demás objetivos dentro de sus rangos actuales. Esto garantiza que el índice GPP refleja fielmente la estructura de preferencias del diseñador y permite *ordenar y filtrar* el conjunto de soluciones de forma coherente.

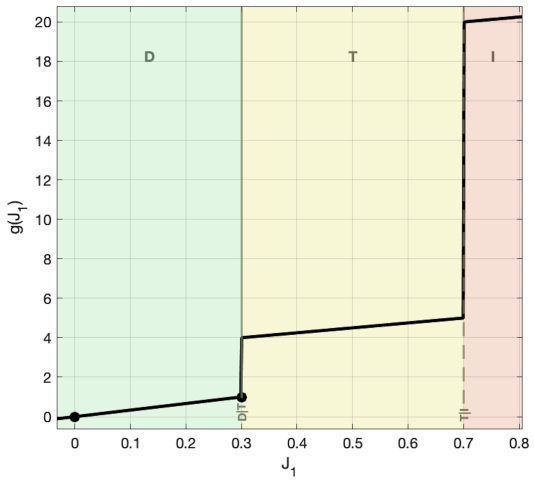


Figura 6: Ejemplo de una función de clase $g_1(J_1)$. Las discontinuidades en los límites de zona implementan la OVO-Rule.

Por ejemplo, para cuatro objetivos y tres rangos de preferencias el diseñador debería completar una tabla como la que se muestra en la tabla 1. La función de clase para el objetivo 1 sería la que se muestra en la figura 6.

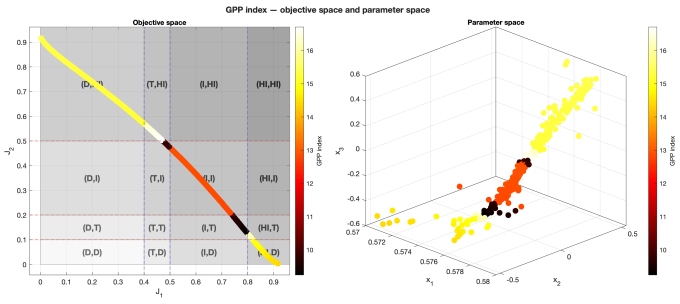


Figura 7: Frente de Pareto 2D con las zonas de preferencia GPP sombreadas y el coloreado de los puntos según el valor GPP.

Para 2 objetivos, las zonas de preferencia pueden visualizarse directamente en el *scatter plot* y se pueden motrar fácilmente por ejemplo sombreando los distintos rangos de preferencias (Figura 7 izquierda). Tambíen se podrían colorear los puntos para indicar cuales están en zonas preferidas. Por ejemplo, en la misma figura 7 se han coloreado de manera que los puntos más oscuras están en zonas preferidas. Se puede observar que se ajustan a las bandas bandas de preferencias sombreadas. Además el coloreado permite ver en el espacio de decisión la combinación de parámetros que corresponde a cada zona de preferencias (Figura 7 derecha).

Para n objetivos, se puede aplicar directament en el Level Diagrma el coloreado de los puntos según el valor GPP proporcionando una visualización coherente y simultánea en todos los subgráficos. La figura 8 muestra el ejemplo de 6 dimensiones (en objetivos y parámetros) para una tabla de preferencias determinada (Tabla 2).

Tabla 2: Ejemplo de una tabla de preferencias para GPP en un problema con 6 objetivos y 5 rangos de preferencias.

Obj.	HD	D	T	I	U	HU
f_1	−10	−0.01	−0.005	−0.001	−5e-4	−1e-4
f_2	0	0.85	0.9	1	1.5	2
f_3	0	14	20	30	35	40
f_4	0	0.5	0.9	1.2	1.4	1.5
f_5	0	0.5	0.7	1	1.5	2
f_6	0	10	11	15	20	25

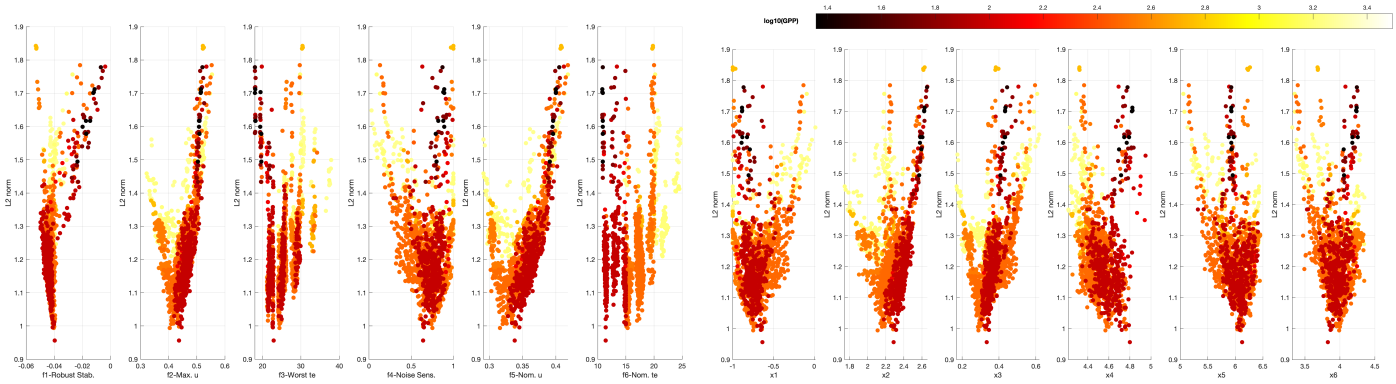
Igual que en la representación 2D del ejemplo anterior, los puntos más oscuros son los que corresponden a zonas de mayor preferencias. El problema en la representación con muchas dimensiones es que no existe un equivalente al sobreado de las bandas de preferencias que se puede realizar en 2D. Para facilitar esta representación por bandas de preferencias, se han desarrollado los indicadores que se describen en las secciones siguientes.

3.2. *Distancias asimétricas*

La distancia euclídea estándar no aporta información sobre dominancia. La *distancia asimétrica* (Blasco et al., 2016) subsana esta limitación:

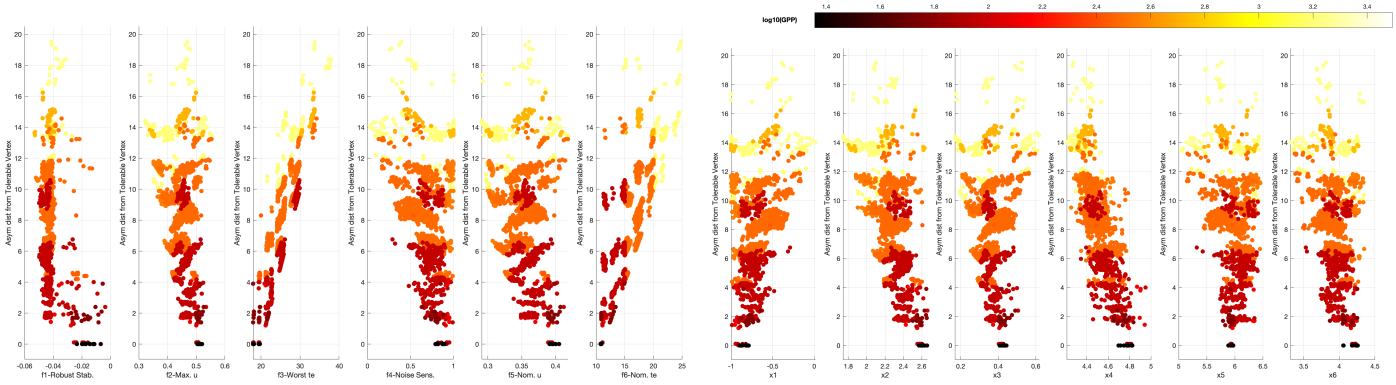
$$d(J^1, J^2) = \left\|(J^2 - J^1)^+\right\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} [\text{máx}(J_i^2 - J_i^1,\, 0)]^2} \tag{3}$$

Esta distancia integra *distancia y dominancia simultáneamente*: el par $(d(J^1, J^2), d(J^2, J^1))$ proporciona información *completa* sobre la relación de dominancia entre dos soluciones.



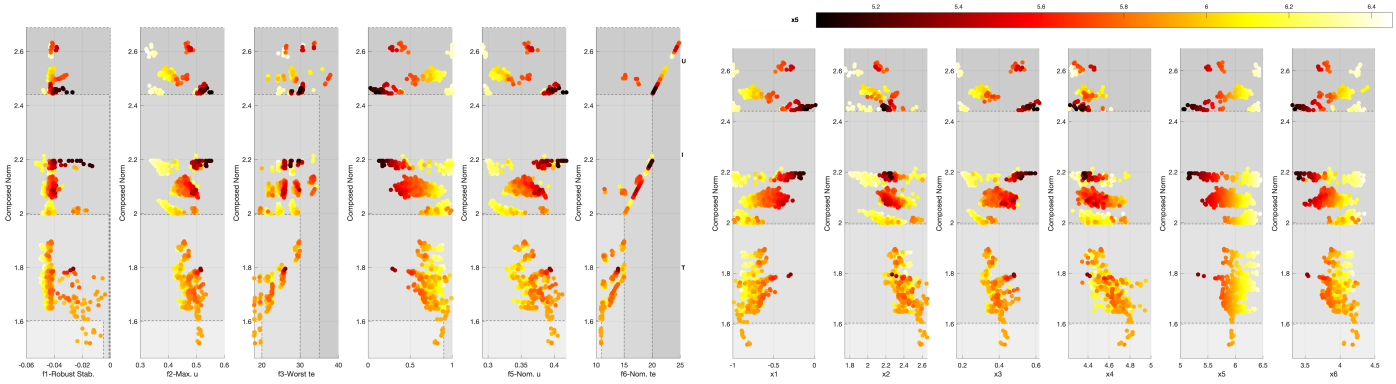
(a) Frente de Pareto coloreado por GPP (b) Conjunto de Pareto coloreado por GPP

Figura 8: Level Diagrams para ejemplo 6D coloreados según el valor GPP.



(a) Frente de Pareto sincronizado por distancia asimétrica (b) Conjunto de Pareto sincronizado por distancia asimétrica

Figura 9: Level Diagrams para el ejemplo 6D sincronizados por distancia asimétrica respecto del vértice Tolerable y, adicionalmente, coloreado según GPP.



(a) Frente de Pareto sincronizado por norma compuesta (b) Conjunto de Pareto sincronizado por norma compuesta

Figura 10: Level Diagrams del problema 6D sincronizados por norma compuesta. Las bandas de preferencia son directamente representables en cada figura. El coloreado se ha usado para ordenar según los valores del parámetro x_5.

En particular, $d(J^2, J^1) = 0 \Leftrightarrow J^1$ domina a J^2. Si $d(J^1, J^2) = 0$ pero $d(J^2, J^1) > 0$, entonces J^1 domina a J^2. Si ambas distancias son no nulas, ninguno de los puntos domina al otro, pero el valor de cada distancia indica cuánto se debe mover cada punto para dominar al otro. Esto permite identificar fácilmente qué punto está más cerca de dominar al otro.

Una aplicación práctica consiste en utilizarlo para explorar los puntos de un frente respecto de algún punto de referencia que el diseñador quiere conseguir. Por ejemplo, podemos utilizarlo para explorar qué puntos del frente dominan los extremos de una tabla GPP (descrita anteriormente). En particular, podemos analizar gráficamente qué puntos dominan el punto que marca la zona tolerable. Para ello, basta calcular para cada punto del frente J_q la distancia asimétrica: $d(J^{\text{Tolerable}}, J^q)$. Este indicador se puede utilizar tanto para colorear como para sincronizar el eje y en el Level Diagram. Las soluciones con valor cero dominan al vértice *Tolerable*, es decir, mejoran o igualan *todos* los objetivos simultáneamente respecto al umbral fijado.

La Figura 9 muestra el coloreado y la sincronización de los ejes mediante esta distancia asimétrica. Se puede ver fácilmente qué puntos del frente dominan al punto *Tolerable* (eje y con valor cero o color oscuro). En los ejes x del Level Diagram es fácil ver el rango de valores conseguidos en estos puntos para los objetivos y parámetros, permitiendo un análisis visual directo de cómo se sitúa el frente respecto del punto tolerable.

Aunque la distancia asimétrica por si sola ya permite una exploración relacionada con las preferencias sigue sin ser evidente el trazado de las bandas en preferencia en una representación multidimensional. Para resolver este inconveniente, se desarrolla la Norma compuesta (basada en la distancia asimétrica) que se explica a continuación.

3.3. *Norma compuesta*

La *norma compuesta* (Blasco et al., 2016) combina las distancias asimétricas a los vértices de cada zona de preferencias para producir un indicador escalar continuo que *codifica la banda de preferencia* a la que pertenece cada solución:

$$d_n(p) = d_a(v_{x^*},\ p) + \text{off}_{x^*} \tag{4}$$

donde v_{x^*} es el vértice del hipercubo de preferencias al que pertenece p, d_a es la distancia asimétrica entre punto y vértice, y off_{x^*} es el offset acumulado hasta la banda x^*. Es importante mencionar que la norma compuesta va asociada a una tabla de preferencias.

Esta norma, usada como eje de sincronización, permite hacer visibles las bandas de preferencia directamente en el Level Diagram, liberando el coloreado para codificar otros indicadores. En la figura 10 se muestra un ejemplo en el se usa la sincronización la norma compuesta asociada a la Tabla 2. El coloreado se puede utilizar ahora para otros propósitos. En el ejemplo de la figura 10, a modo de demostración, se ha utilizado para destacar valores decrecientes del parámetro x_5. Puntos más oscuros representan valores más pequeños del parámetros x_5.

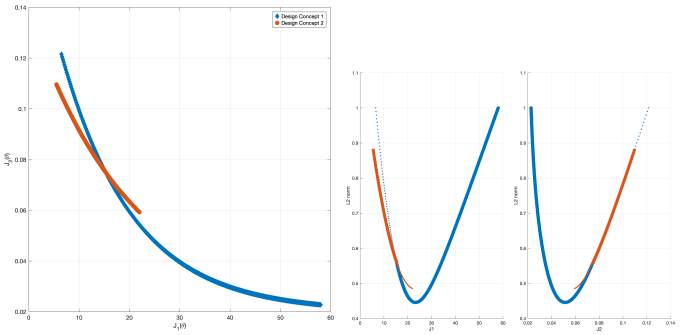
3.4. *Comparación de conceptos de diseño*

Otro de los aspectos que es recomendable implementar en la visualización es la posibilidad de comparar los distintos *conceptos de diseño* que compiten en el mismo espacio objetivo. Cuando hablamos de conceptos de diseño nos referemos a alternativas estructuralmente diferentes para resolver un problema. Por ejemplo, para el diseño del controlador adecuado para un proceso determinado el diseñador puede necesitar compara en una entorno multiobjetivo las prestaciones que ofrece un control de tipo PID y otro control de tipo MPC. Ambos controladores pueden ser viables para ese problema y es relevante poder compararlos adecuadamente para tomar una decisión final bien informada.

El *indicador de calidad Q* desarrollado en (Reynoso-Meza et al., 2013) cuantifica esta comparación:

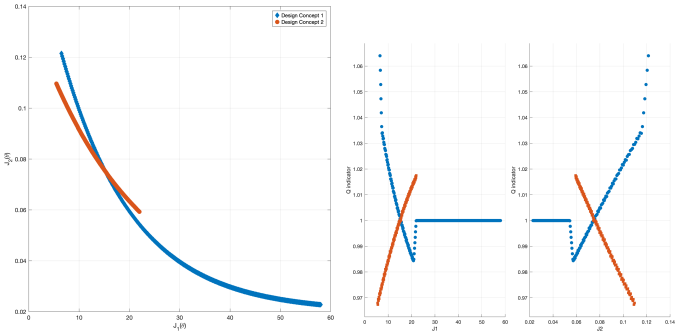
$$Q(J^i(\theta^i),\ J^j) \begin{cases} < 1 & \text{domina al concepto } j \\ = 1 & \text{incomparable} \\ > 1 & \text{dominado por el concepto } j \end{cases} \tag{5}$$

El indicador Q puede emplearse como eje de sincronización o como criterio de coloreado en el Level Diagram, permitiendo identificar *por región del frente* cuándo un concepto supera al otro y en qué medida (Figuras 11 y 12).



(a) Scatter 2D (b) LD con tamaño por Q

Figura 11: Comparación de dos conceptos de diseño mediante el indicador Q. (a) Scatter 2D; (b) Level Diagram con tamaño de puntos diferente segun valor Q.



(a) Scatter 2D (b) LD sincronizado por Q

Figura 12: Comparación de dos conceptos de diseño mediante el indicador Q. (a) Scatter 2D; (b) Level Diagram sincronizado por Q.

En la figura 11 se mantiene la sincronización con norma 2 (se asemeja más a la representación scatter 2D) y se cambia el tamaño de los puntos (se podría haber usado el coloreado) para mostrar los puntos dominados y los que no lo son. Los puntos de mayor tamaño en un concepto dominan a puntos del otro concepto. En la figura 12 se usa el eje de sincronización para

mostrar la dominancia entre conceptos y se podría usar el coloreado o cambio de tamaño para mostrar otras características. En el Level Diagram se localizan fácilmente los puntos que dominan (están por debajo de la unidad) y los que son dominados (por encima de la unidad, todo ello manteniendo el simificado físico de los objetivos en el eje x. Por tanto, el diseñador puede explorar donde un concepto domina a otro.

3.5. *Base de preferencias*

La *base de preferencias* (Blasco et al., 2021) es un mecanismo alternativo para incorporar las preferencias del diseñador mediante la *redefinición del cono de dominancia*. El diseñador especifica un conjunto de vectores $\mathcal{B}_p = \{v_i\}$ en el espacio objetivo, este conjunto de vectores define hacia donde se orienta la zona de preferencias. A partir de ellos se obtiene la base de dominancia $\mathcal{B}_d = \{v_{di}\}$, esta base redefine el concepto de dominancia. Aplicando la transformación lineal M_d se recalculan los objetivos para que incluyan las preferencias del diseñador:

$$J_d = (M_d^{-1}\, J(\theta)^T)^T \tag{6}$$

Esta transformación orienta el cono de dominancia hacia las regiones de interés del diseñador (Fig. 13), con las ventajas de ser:

- una transformación lineal de bajo coste computacional;
- agnóstica al algoritmo de optimización;
- aplicable tanto *a priori* (orienta la búsqueda) como *a posteriori* (reordena un frente existente).

Su principal limitación respecto a GPP es que definir v_i puede resultas menos intuitivo que especificar rangos de preferencias en unidades físicas. Pero es una alternativa, por su bajo coste computacional, muy prometedora para ser aplicada en sistemas de decisión en tiempo real.

Ejemplos de aplicación muy interesantes en el área de gestión de fondos de inversión están detallados en (Hilario Caballero, 2026).

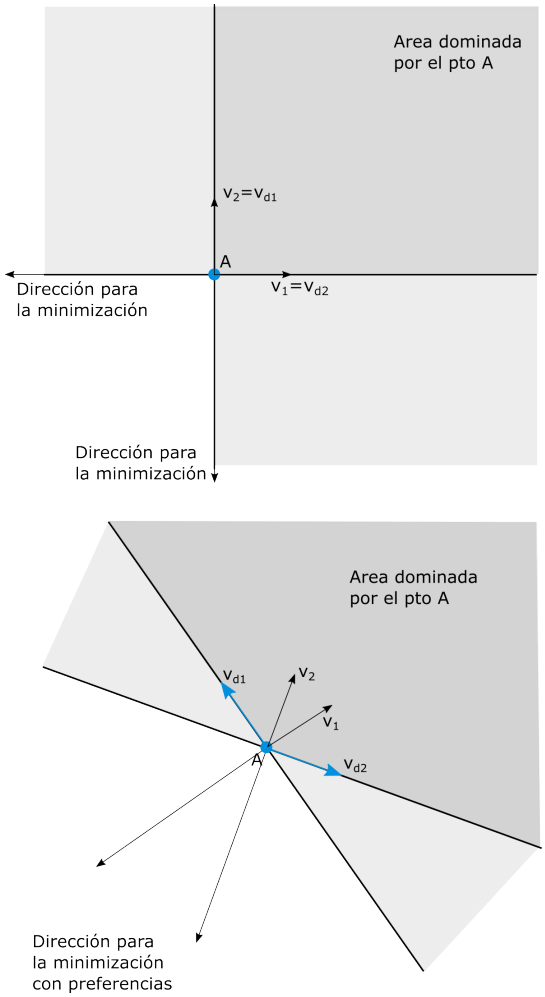


Figura 13: Comparación entre el cono de dominancia clásico (arriba) y el cono reorientado por la base de preferencias (abajo).

4. Conclusiones

Se ha presentado un ecosistema de herramientas de soporte a la decisión para la optimización multiobjetivo, orientado a incorporar las preferencias del diseñador de forma intuitiva y eficiente (tabla resumen 3).

1. Los *Level Diagrams* permiten visualizar e interpretar conjuntos n-dimensionales de soluciones de Pareto, incluyendo la comparación de múltiples conceptos de diseño.
2. La *GPP* actúa como función de utilidad que ordena el conjunto según preferencias expresadas en unidades físicas, con garantías de consistencia (OVO-Rule).
3. Las *distancias asimétricas* y la *norma compuesta* integran dominancia y distancia, orientando la exploración del frente hacia las zonas de interés y haciendo visibles las bandas de preferencia directamente en el eje de sincronización.
4. El *indicador Q* cuantifica la comparación entre conceptos de diseño punto a punto, identificando por región del frente cuál resulta más ventajoso.
5. Las *bases de preferencias* redefinen la dominancia mediante una transformación lineal de bajo coste, adecuada para aplicaciones con restricciones de tiempo real.

Tabla 3: Tabla resumen del ecosistema de herramientas desarrolladas.

Criterio	GPP — función de utilidad	Base de preferencias
Rol principal	Ordena y clasifica el conjunto según preferencias del diseñador	Redefine el cono de dominancia, orienta hacia zonas del frente
Intuición para el diseñador	Alta — rangos en unidades físicas y etiquetas con significado	Moderada — vectores de dirección en el espacio objetivo
Complejidad computacional	Moderado — función discontinua a tramos	Bajo — transformación lineal
Uso a priori / a posteriori	A priori: guía la búsqueda (spMODE-II) · A posteriori: colorea/sincroniza	A priori: reformula el dominancia · A posteriori: colorea

HERRAMIENTAS PARA LA EXPLORACIÓN (FRENTES N-DIMENSIONALES)

Criterio	Level Diagrams	Distancias asimétricas	Indicador Q
Rol principal	Visualización sincronizada del frente en n objetivos	Mide proximidad y dominancia respecto de puntos de referencia	Permite comparar dos conceptos de diseño punto a punto
Salida	n gráficas 2D coordinadas (eje-y normalizado)	Escalar por solución: coloreado, hipercubos, generar norma compuesta	Escalar por solución: coloreado, sincronización de ejes

6. El ecosistema es modular, general e independiente del dominio: las mismas herramientas se aplican a problemas de control de ingeniería, diseño estructural, carteras financieras u otros.

Como líneas de trabajo futuro destacan la definición sistemática de bases de preferencias a partir del lenguaje del diseñador, la integración en sistemas de decisión en tiempo real, la exploración de robustez sobre conjuntos ampliados con indicadores de bajo coste, y la extensión a problemas dinámicos y con incertidumbre.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado parcialmente por el proyecto PID2024-158941OB-I00 financiado por MICIU/AEI/10.13039/501100011033 y por FEDER, UE. En el desarrollo de las herramientas que se ha descrito han participado miembros del Grupo de Investigación CPOH del Instituto ai2 de la Universitat Politècnica de València.

Referencias

Blasco, X., Herrero, J. M., Reynoso-Meza, G., Martínez, M., 2016. Asymmetric distances to improve n-dimensional Pareto fronts graphical analysis. Information Sciences 340–341, 228–249.
DOI: https://doi.org/10.1016/j.ins.2015.12.039

Blasco, X., Herrero, J. M., Reynoso-Meza, G., Martínez, M., 2017. Interactive tool for analyzing multiobjective optimization results with Level Diagrams. In: Proc. Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO'17). pp. 1689–1696.
DOI: https://doi.org/10.1145/3067695.3082553

Blasco, X., Herrero, J. M., Sanchis, J., Martínez, M., 2008. A new graphical visualization of n-dimensional Pareto front for decision-making in multiobjective optimization. Information Sciences 178 (20), 3908–3924.
DOI: https://doi.org/10.1016/j.ins.2008.06.010

Blasco, X., Reynoso-Meza, G., Sánchez-Pérez, E.A. andSánchez-Pérez, J., Jonard-Pérez, N., 2021. A simple proposal for including designer preferences in multi-objective optimization problems. Mathematics 9, 991.
DOI: https://doi.org/10.3390/math9090991

Filipič, B., Tušar, T., 2018. A taxonomy of methods for visualizing pareto front approximations. In: Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference. GECCO '18. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, p. 649–656.
DOI: 10.1145/3205455.3205607

Hilario Caballero, A., 2026. Herramientas avanzadas para la integración de criterios ASG y optimización multiobjetivo en inversiones sostenibles.
URL: https://riunet.upv.es/handle/10251/233049
DOI: https://doi.org/10.4995/Thesis/10251/233049

Martínez, M., Herrero, J. M., Sanchis, J., Blasco, X., García-Nieto, S., 2009. Applied pareto multi-objective optimization by stochastic solvers. Engineering Applications of Artificial Intelligence 22, 455–465.
DOI: https://doi.org/10.1016/j.engappai.2008.10.018

Pajares, A., Blasco, X., Herrero, J. M., Reynoso-Meza, G., 2018. A multiobjective genetic algorithm for the localization of optimal and nearly optimal solutions which are potentially useful: nevMOGA. Complexity 2018 (1), 1792420.
DOI: https://doi.org/10.1155/2018/1792420

Reynoso-Meza, G., Blasco, X., Sanchis, J., Herrero, J. M., 2013. Comparison of design concepts in multi-criteria decision-making using level diagrams. Information Sciences 221, 124–141.
DOI: https://doi.org/10.1016/j.ins.2012.09.049

Reynoso-Meza, G., Sanchis, J., Blasco, X., Herrero, J. M., 2014. Physical programming for preference-driven evolutionary multi-objective optimization. Applied Soft Computing 24, 341–362.
DOI: https://doi.org/10.1016/j.asoc.2014.07.009

Sanchis, J., Martínez, M., Blasco, X., Reynoso-Meza, G., 2010. Modelling preferences in multi-objective engineering design. Engineering Applications of Artificial Intelligence 23 (8), 1255–1264.
DOI: https://doi.org/10.1016/j.engappai.2010.07.005

Tušar, T., Filipič, B., 2015. Visualization of pareto front approximations in evolutionary multiobjective optimization: A critical review and the prosection method. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 19 (2), 225–245.
DOI: 10.1109/TEVC.2014.2313407

Ullman, D. G., 2001. Robust decision-making for engineering design. Journal of Engineering Design 12 (1), 3–13.
DOI: 10.1080/09544820010031580

Zio, E., Bazzo, R., 2011. Level diagrams analysis of pareto front for multiobjective system redundancy allocation. Reliability Engineering & System Safety 96 (5), 569–580.
DOI: https://doi.org/10.1016/j.ress.2010.12.016

Zio, E., Bazzo, R., 2012. Multiobjective Reliability Allocation in Multi-State Systems: Decision Making by Visualization and Analysis of Pareto Fronts and Sets. Springer London, London, pp. 195–208.
DOI: 10.1007/978-1-4471-2207-4_14